

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА НЕОДНОРОДНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ

Задача дифракции электромагнитной волны (ЭМВ) на проводящей сфере является классической. Изложение решения электродинамической задачи в современных обозначениях можно найти. Решена задача дифракции на неоднородной сфере. При решении использована универсальная запись тензорных функций Грина для многослойной сферической области. Во всех работах, однако, рассматривалась дифракция электромагнитной волны линейной поляризации. Нами получены результаты для случая дифракции волны круговой поляризации.

Последовательность решения дифракционной задачи

Электродинамическая задача решалась в следующей последовательности.

Записаны выражения для стороннего электрического тока, формирующего поле круговой поляризации:

$$\vec{j}(r') = \frac{Il}{\sqrt{2}} (\vec{a}_\theta + i\vec{a}_\phi) \delta(r' - r'_0), \quad (1)$$

где I, l – амплитуда тока и длина плеч вибратора;

$\vec{a}_\theta, \vec{a}_\phi$ – единичные векторы сферической системы координат;

$\delta(r' - r'_0)$ – трехмерная дельта-функция.

Обобщенное выражение для направленности электрического поля от заданного источника (1) в присутствии сферы радиуса a :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_V \bar{\bar{\Gamma}}_{11}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}(r') dV', \quad (2)$$

где $\bar{\bar{\Gamma}}_{11}(\vec{r}, \vec{r}')$ – тензорная функция Грина.

Производится переход от задачи возбуждения к задаче дифракции. Для этого источник формально удаляется на бесконечность ($r'_0 \rightarrow \infty$), при этом используется асимптотическое представление сферических функций Бесселя, описывающих радиальную зависимость. Параметры диполя определяют напряженность электрического поля дифрагированной волны.

$$E_0 = i \frac{Ik_0 l}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{e^{-ik_0 r'_0}}{r'_0}, \quad (3)$$

где $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ – волновое число;

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi - \text{волновое сопротивление свободного пространства.}$$

Далее определяется рассеянная часть поля.

$$\vec{E}^{(s)}(\vec{r}) = \vec{E}(\vec{r}) - \vec{E}_i(\vec{r}), \quad (4)$$

где $\vec{E}_i(\vec{r})$ – поле падающей (дифрагированной) волны.

Из общей записи рассматриваемого поля $\vec{E}^{(s)}$ выделяются части, связанные с правой (основной) поляризацией – ОП и левой (кроссполяризационной) составляющей – КП:

$$E_{\text{оп}} = E^{(s)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{a}_\theta + i\vec{a}_\phi), \quad (5)$$

$$E_{\text{кп}} = E^{(s)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{a}_\theta - i\vec{a}_\phi). \quad (6)$$

В результате этих операций получим выражение для напряженности электрического поля рассеянных ОП и КП составляющих в следующем виде:

$$E_{\text{оп}} = \frac{iE_0}{2} \frac{e^{-ik_0 r}}{k_0 r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (-1)^n e^{i\phi} \langle [\tau_n(\theta) - \pi_n(\theta)] [M_n + N_n] \rangle, \quad (7)$$

$$E_{\text{кп}} = \frac{iE_0}{2} \frac{e^{-ik_0 r}}{k_0 r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (-1)^n e^{i\phi} \langle [\tau_n(\theta) + \pi_n(\theta)] [M_n - N_n] \rangle, \quad (8)$$

$$\text{где } \tau_n(\theta) = \frac{P'_n(\cos \theta)}{\partial \theta}, \quad \pi_n(\theta) = \frac{P'_n(\cos \theta)}{\sin \theta}, \quad M_n = \frac{j'_n(k_0 a)}{h_n^{(2)}(k_0 a)},$$

$$N_n = \frac{j_n(k_0 a)}{h_n^{(2)}(k_0 a)}; \quad P'_n(\cos \theta) - \text{полином Лежандра;}$$

$j_n(x), h_n^{(2)}(x), j'_n(x), h_n^{(2)'}(x)$ – сферические функции Бесселя и Ханкеля и их производные в нормировке Шварцшильда.

Из (7), (8) можно выделить части, характеризующие угломестную зависимость поля:

$$S_{\text{оп}}(\theta) = S_{\text{пв}}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (-1)^n \langle [\tau_n(\theta) - \pi_n(\theta)] [M_n + N_n] \rangle, \quad (9)$$

$$S_{\text{кп}}(\theta) = S_{\text{лв}}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (-1)^n \langle [\tau_n(\theta) + \pi_n(\theta)] [M_n - N_n] \rangle, \quad (10)$$

Численные расчеты для рассеянного поля

По формулам (9) и (10) произведены численные расчеты диаграмм рассеяния. На рис. 1, 2 приведены нормированные к $k_0 a$ диаграммы рассеяния для основной (правой) и (левой) кроссполяризий.

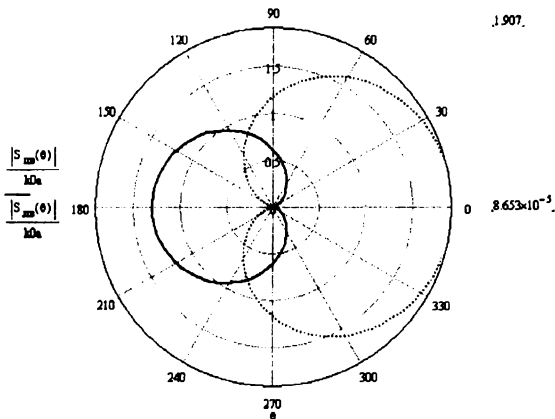


Рис. 1. Диаграмма рассеяния на идеально проводящем шаре при $k_0 a = 1$

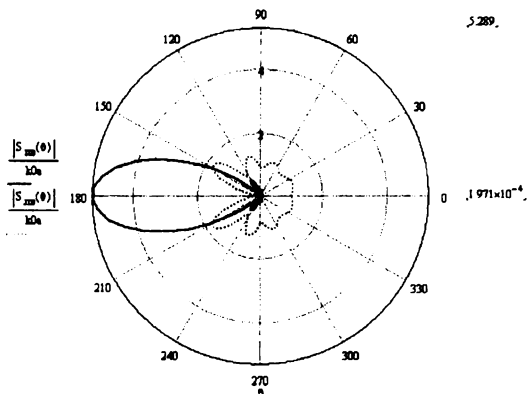


Рис. 2. Диаграмма рассеяния на идеально проводящем шаре при $k_0 a = 5$

Для любого радиуса сферы в направлении падения дифрагированной волны ($\theta = 0$), рассеянное поле основной поляризации равно нулю. С

увеличением радиуса сферы возрастает доля мощности, рассеянная полем основной поляризации. Максимум излучения во всех случаях совпадает с направлением распространения волны.

При расчетах использовали подпрограммы расчета: последовательности присоединенных полиномов Лежандра; последовательностей сферических функций Бесселя и Ханкеля от комплексного аргумента.

Коэффициент рассеяния сферы

Коэффициент рассеяния и эффективная площадь объекта являются интегральными или мощностными характеристиками рассеяния. Полный коэффициент рассеяния определяется следующим образом:

$$\sigma_{\text{п}} = \frac{P_s}{\pi a^2 |P_0|}, \quad (11)$$

где P_s – переизлученная сферой за период мощность;

$S_0 = \pi a^2$ – площадь проекции сферы на фронт набегающей электромагнитной волны;

$|P_0|$ – модуль вектора Пойнтинга плоской волны.

Если вместо полной рассеянной мощности P_s использовать мощности рассеянные ОП и КП, то аналогично (11) можно будет определить коэффициент рассеяния (правое вращение) – основная поляризация ($\sigma_{\text{оп}}$), коэффициент рассеяния (левое вращение) – кросс поляризация ($\sigma_{\text{кп}}$).

$$P_s = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{Z_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left| \vec{E} \right| \left| \vec{E} \right|^* r^2 \sin \theta d\theta d\phi. \quad (12)$$

При интегрировании по θ и ϕ в (12) используются свойства ортогональности полиномов Лежандра и их производных. С учетом этого обстоятельства выражение для коэффициентов рассеяния упрощается:

$$\sigma_{\text{п}}(k_0 a) = \frac{2}{k_0 a} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left[|M_n|^2 + |N_n|^2 \right], \quad (13)$$

$$\sigma_{\text{оп}}(k_0 a) = \frac{1}{k_0 a} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left[|M_n + N_n|^2 \right], \quad (14)$$

$$\sigma_{\text{кп}}(k_0 a) = \frac{1}{k_0 a} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left[|M_n - N_n|^2 \right]. \quad (15)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости коэффициентов рассеяния от радиуса сферы.

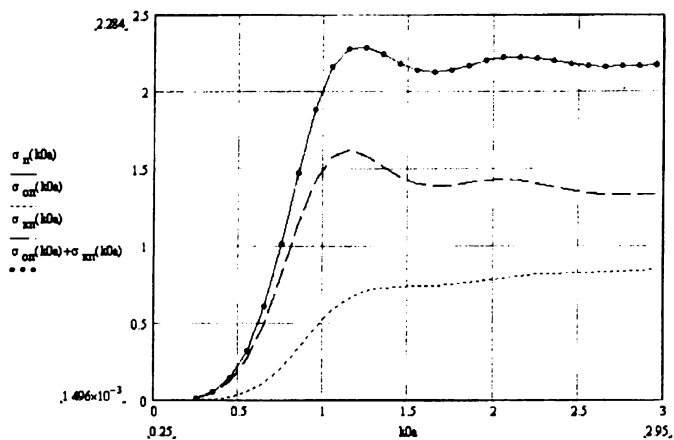


Рис. 3. Графики зависимости коэффициентов рассеяния от радиуса сферы

Уместно заметить, что $\sigma_n(k_0 a) = \sigma_{оп}(k_0 a) + \sigma_{кп}(k_0 a)$. Точки на кривой $\sigma_{оп} + \sigma_{кп} = f(k_0 a)$ получены как результат арифметического суммирования $\sigma_{оп}(k_0 a)$ и $\sigma_{кп}(k_0 a)$.

Заключение

Полученные результаты, с одной стороны, представляют научный интерес, с другой стороны, могут быть использованы специалистами в области радиолокации для определения рассеивающих свойств сферических объектов (например, капелек дождя и тумана) при использовании волн круговой поляризации.